



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ

**ИНСТИТУТ ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ
ИМ. А.К. АЙЛАМАЗЯНА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК**

152021, Россия, Ярославская область, Переславский район,
село Вельское, улица Петра Первого, дом 4 «а», ИПС им. А.К. Айламазяна РАН
ОГРН 1027601052225, ИНН 7622004420, КПП 762201001, ОКПО 04832915
Тел./Факс: +7(4852)69-52-28 e-mail: psi@botik.ru <http://www.psi-ras.ru/>

От 21.08.2025 № 11609/2115-175

«УТВЕРЖДАЮ»

На № _____ от _____

Исполняющий обязанности директора

И.П. Тищенко

ОТЗЫВ

ведущей организации федерального государственного бюджетного
учреждения науки Институт программных систем им. А.К. Айламазяна
Российской академии наук на диссертационную работу Бабкина
Михаила Андреевича «Разработка математической модели и цифрового
двойника процессов измельчения в планетарной мельнице»,
представленную на соискание ученой степени кандидата технических
наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ.

Актуальность темы диссертационной работы

Диссертация М.А. Бабкина посвящена разработке математической
модели процессов измельчения и цифровой реализации этой модели. Для
решения этой задачи автором проведены экспериментальные исследования на
планетарной мельнице. Обоснованно выбрана структура модели.
Использован принцип минимального производства энтропии для
обоснования формы распределения диаметров частиц. Производство
энтропии равно интегралу от произведения потоков на движущие силы. В

работе найдены движущие силы и потоки процесса дробления и использованы уравнения Онсагера с учетом взаимности их коэффициентов.

Полученная модель содержит интегро-дифференциальное уравнение. Автор предложил численный алгоритм для его решения. Все это вместе с учетом данных экспериментов позволило создать цифрового двойника процесса, который может быть использован в тренажерах и для обучения студентов.

Процессы дробления – одни из самых сложных. Это в значительной мере объясняется тем, что их результат характеризуется не числом (концентрацией или расходом целевого потока), а функцией – плотностью распределения частиц измельчаемого материала по их размерам.

Наиболее значимым достижением автора диссертации является последовательное применение термодинамических принципов для создания модели. Такой подход является новым и перспективным.

Структура, объем и содержание

Диссертационная работа Михаила Андреевича Бабкина состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы (110 наименований) и пяти приложений. Общий объем работы – 188 страниц, включая 32 рисунка и 7 таблиц.

Во введении обоснованы актуальность темы, сформулированы цель и задачи исследования, определены объект и предмет работы, а также изложены элементы научной новизны и практической значимости.

Первая глава содержит обзор литературы по моделированию процессов измельчения, анализ существующих подходов, выявлены их ограничения и определена необходимость физически обоснованной модели.

Во второй главе представлены результаты экспериментальных исследований по измельчению оксида алюминия в планетарной мельнице. Описана методика проведения опытов: выбор режимов измельчения, параметры измельчаемого материала (начальный размер частиц, масса), тип и

диаметр шаров, соотношение массы шаров к массе порошка, а также условия среды.

Установлено влияние управляющих параметров (диаметра шаров, их массы и соотношения к массе порошка) на скорость измельчения и достижение устойчивого размера частиц.

В третьей главе изложено термодинамическое обоснование процессов измельчения на основе аппарата механики гетерогенных сред и термодинамики необратимых процессов. Получены уравнения сохранения массы, импульса, энергии и энтропии для дисперсной системы с учётом дробления частиц.

Предложено выражение для термодинамической движущей силы дробления, зависящей от удельной мощности на измельчение.

На основе принципа минимума производства энтропии (И.Р. Пригожин) выведена аналитическая зависимость для диаметра частиц, устойчивых к дроблению. Полученное выражение позволяет определять предельный размер частиц при дроблении.

В четвёртой главе построена математическая модель процесса измельчения в планетарной мельнице на основе уравнения баланса числа частиц. Для описания вероятности дробления использована термодинамическая движущая сила, сформулированная ранее, выраженная через критерий Вебера, а для функции распределения дочерних частиц использовано приближённое выражение, полученное из литературных источников.

Разработана разностная схема (предиктор–корректор), обладающая вторым порядком аппроксимации по времени и размеру частиц.

В пятой главе представлен цифровой двойник планетарной мельницы с использованием программной платформы Unreal Engine 5. Виртуальная модель интегрирует разработанную математическую модель кинетики измельчения и служит интерактивным обучающим и демонстрационным инструментом.

В **заключении** сформулированы основные результаты работы и намечены направления дальнейших исследований.

Научная новизна

Научная новизна диссертационной работы Михаила Андреевича Бабкина заключается в разработке новой математической модели процессов измельчения в планетарной мельнице, основанной на принципах термодинамики необратимых процессов и механики гетерогенных сред. Предложен метод определения устойчивого к дроблению размера частиц на основе вариационного принципа минимума производства энтропии.

Выведена аналитическая зависимость для вероятности дробления частиц, отражающая связь между удельной мощностью на измельчение, физико-химическими свойствами материала и размером частиц. Это позволило отказаться от эмпирических функций и описать кинетику разрушения в рамках физически обоснованной модели.

Реализован цифровой двойник планетарной мельницы с встроенной математической моделью дробления, созданный в виртуальной реальности (VR) для анализа и обучения.

Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы

Теоретическая значимость диссертации заключается в развитии математических методов описания процессов измельчения на основе принципов термодинамики необратимых процессов и механики гетерогенных сред. В работе предложен физически обоснованный критерий устойчивости измельчения, основанный на принципе минимума производства энтропии. Полученные зависимости для вероятности дробления и устойчивого размера частиц позволяют перейти от эмпирических моделей к обоснованным математическим описаниям. Разработанная численная схема решения интегро-дифференциального уравнения баланса числа частиц обеспечивает достаточную точность моделирования процессов разрушения твёрдых тел.

Практическая значимость заключается в создании программного комплекса и цифрового двойника планетарной мельницы, позволяющих моделировать процессы измельчения с учётом физико-химических свойств материала и режимов работы оборудования. Полученные зависимости и модели применимы для подбора оптимальных параметров измельчения при получении порошков с заданными характеристиками. Результаты диссертации внедрены в учебный процесс и прошли апробацию.

Рекомендации по использованию результатов

Математические модели, программные средства моделирования и результаты диссертационной работы рекомендуются к использованию в исследовательских организациях, занимающихся разработкой и исследованием процессов измельчения материалов, а также для обучения операторов, управляющих процессами дробления.

Замечания

Приведенные ниже замечания касаются методики изложения и оформления работы:

1. Желательно было бы выписать в одном месте уравнения термодинамических балансов процесса по энергии, по веществу и по энтропии (стр. 63). В последнее из них войдет производство энтропии в системе. Оно связано с критерием эффективности обычно монотонно. Найдя минимум производства энтропии по управляющим переменным, можно оценить возможности системы.

2. Желательно было бы построить зависимость предельной производительности от расхода энергии (область реализуемости мельницы) при ограничениях на распределение размеров частиц (раздел 3.7).

3. Оформление работы страдает небрежностью. В качестве примеров можно привести следующие пункты:

А) В формуле (1.8) на стр.37 ничего не сказано о том, что представляют собой входящие в нее переменные U и γ .

Б) На стр.63 в тексте r число фаз, а в других местах это радиус частиц.

В) В формула (3.3) совершенно непонятно, что такое $d_1 u_1/dt$, $d_2 u_2/dt$? Чем эти производные отличаются от du_1/dt , du_2/dt ?

В целом, указанные замечания носят частный характер и не влияют на положительную оценку диссертационной работы.

Соответствие диссертации предъявленным требованиям

По тематике и по методам исследования диссертация соответствует паспорту научной специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», включая следующие направления исследований:

П. 3. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

П. 4. Разработка новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурного эксперимента на основе его математической модели.

П. 5. Разработка новых математических методов и алгоритмов валидации математических моделей объектов на основе данных натурного эксперимента или на основе анализа математических моделей.

П. 8. Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента.

Заключение

Диссертация Михаила Андреевича Бабкина представляет собой законченное исследование. В нем к процессам измельчения последовательно использован термодинамический подход, найдено производство энтропии и

применен принцип минимума производства энтропии. Построена новая модель процессов. Диссертацию было бы полезно издать в форме монографии, исправив те замечания, которые касались ее оформления, но не содержания.

Представленная диссертация полностью соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, предусмотренным Положением о порядке присуждения ученых степеней в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева», утвержденным приказом и.о. ректора РХТУ им. Д.И. Менделеева № 103 ОД от 14 сентября 2023 г., а ее автор, Бабкин Михаил Андреевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата технических наук по научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.


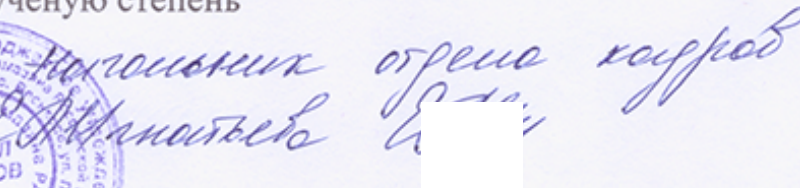
Диссертация, автореферат и отзыв были рассмотрены и одобрены на заседании научного семинара Института программных систем им. А.К. Айламазяна РАН (протокол 1 от 21.08.2025).

Руководитель семинара доктор физико-математических наук, руководитель ИЦ Оптимальных процессов управления

 Сачков Ю.Л.

Подпись, должность, учёную степень

Ю.Л. Сачкова заверяю

Данные о ведущей организации: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт программных систем им. А.К. Айламазяна Российской академии наук (ИПС им. А.К. Айламазяна РАН)
Адрес: 152021, Ярославская область, Переславский район, с. Веськово, ул. Петра Первого, д.4 «а».